

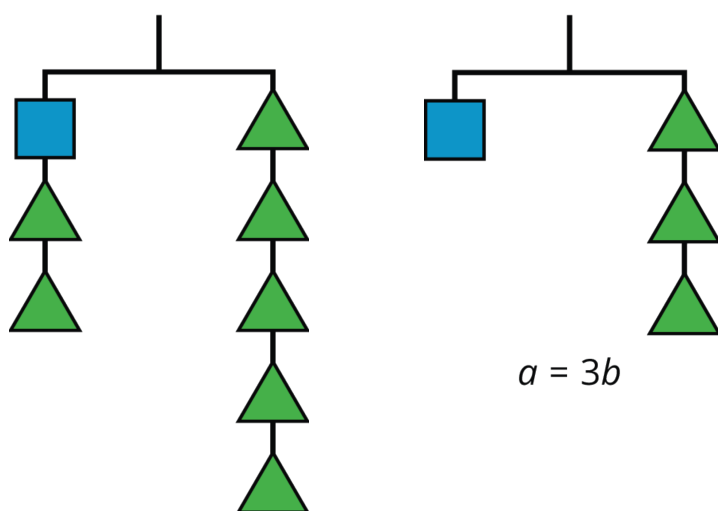
# Materiales para la familia

## Ecuaciones lineales y sistemas lineales

### Problemas de acertijos

#### Materiales para la familia 1

Esta semana nuestros estudiantes van a resolver ecuaciones lineales. Podemos pensar en un colgador balanceado como una metáfora para una ecuación. Una ecuación dice que las expresiones de cada lado del signo = tienen el mismo valor, así como un colgador balanceado tiene el mismo peso a cada lado.



Si tenemos un colgador balanceado y agregamos o quitamos la misma cantidad de peso a cada lado, el resultado seguirá estando balanceado.

$$a + 2b = 5b$$

Podemos hacer lo mismo con ecuaciones: sumar o restar la misma cantidad a cada lado de la ecuación hace que un lado siga siendo igual al otro. Por ejemplo, si  $4x + 20$  y  $-6x + 10$  tienen el mismo valor, podemos escribir la ecuación  $4x + 20 = -6x + 10$ . Podríamos sumar  $-10$  a ambos lados de la ecuación o dividir ambos lados de la ecuación entre 2, y mantener ambos lados iguales. Si usamos estas movidas de manera sistemática, podemos encontrar que  $x = -1$  es una solución a esta ecuación.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Elena y Noah trabajan con la ecuación  $\frac{1}{2}(x + 4) = -10 + 2x$ . La solución de Elena es  $x = 24$  y la solución de Noah es  $x = -8$ . Este es el trabajo de ellos:

Elena:

$$\frac{1}{2}(x + 4) = -10 + 2x$$

$$x + 4 = -20 + 2x$$

$$x + 24 = 2x$$

$$24 = x$$

$$x = 24$$

Noah:

$$\frac{1}{2}(x + 4) = -10 + 2x$$

$$x + 4 = -20 + 4x$$

$$-3x + 4 = -20$$

$$-3x = -24$$

$$x = -8$$

¿Están de acuerdo con sus soluciones? Expliquen o muestren su razonamiento.

Solución:

No, ambos cometieron errores en su solución.

En su primer paso, Elena multiplicó ambos lados de la ecuación por 2, pero olvidó multiplicar el  $2x$  por el 2. También podemos verificar si la respuesta de Elena es correcta si reemplazamos  $x$  por 24 en la ecuación original y verificamos si la ecuación es verdadera.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(x + 4) &= -10 + 2x \\ \frac{1}{2}(24 + 4) &= -10 + 2(24) \\ \frac{1}{2}(28) &= -10 + 48 \\ 14 &= 38 \end{aligned}$$

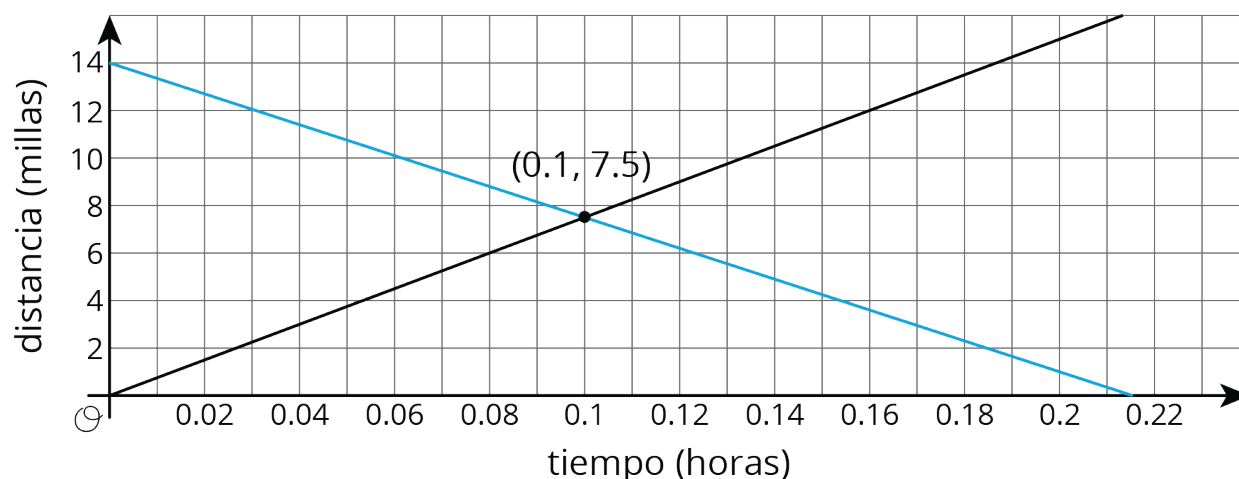
Como 14 no es igual a 38, la respuesta de Elena no es correcta.

En su último paso, Noah dividió ambos lados entre -3, pero escribió -8 en vez de 8 al calcular  $-24 \div -3$ . También podemos verificar la respuesta de Noah si reemplazamos  $x$  por -8 en la ecuación original y verificamos si la ecuación es verdadera. La respuesta de Noah no es correcta.

## Sistemas de ecuaciones lineales

### Materiales para la familia 2

Esta semana nuestros estudiantes van a trabajar con sistemas de ecuaciones. Un sistema de ecuaciones es una colección de 2 (o más) ecuaciones en las cuales las letras representan los mismos valores. Por ejemplo, supongamos que el automóvil A viaja a 75 millas por hora y pasa una zona de descanso. La distancia recorrida (en millas) desde la zona de descanso luego de un tiempo de  $t$  horas es  $d = 75t$ . El automóvil B viaja hacia la zona de descanso y su distancia hasta ella en cualquier tiempo es  $d = 14 - 65t$ . Podemos preguntarnos si habrá un cierto tiempo en el cual la distancia del automóvil A a la zona de descanso sea la misma que la distancia del automóvil B a la zona de descanso. Si la respuesta es "sí", entonces la solución corresponde a un punto que se encuentra sobre ambas rectas, como el punto  $(0.1, 7.5)$  que se muestra abajo. 0.1 horas después de que el automóvil A pasa la zona de descanso, ambos automóviles están a 7.5 millas de la zona de descanso.



También podríamos responder a la pregunta sin usar una gráfica. Estamos preguntando cuándo los valores de  $d$  para cada automóvil serán iguales; es decir, estamos preguntando por el valor de  $t$ , si existe, que haga que  $75t = 14 - 65t$  sea verdadera. Cuando despejamos  $t$  en esta ecuación, obtenemos que  $t = 0.1$  es una solución. También obtenemos que en ese momento, los dos automóviles están a 7.5 millas de distancia de la zona de descanso, pues  $75t = 75 \cdot 0.1 = 7.5$ . Este resultado coincide con la gráfica.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Lin y Diego van en sus bicicletas por el mismo camino en la misma dirección, pero comenzaron en distintos momentos. Diego va a una rapidez constante de 18 millas por hora, por lo tanto, si la distancia que ha recorrido (en millas) se representa por  $d$  y el tiempo de recorrido (en horas) por  $t$ , entonces  $d = 18t$ . Lin comenzó su viaje un cuarto de hora antes que Diego a una rapidez constante de 12 millas por hora, por lo tanto, si la

distancia total que ha recorrido (en millas) se representa por  $d$ , entonces  $d = 12 \left( t + \frac{1}{4} \right)$ .  
¿Cuándo se encontrarán Lin y Diego?

Solución:

Para hallar cuándo se encuentran Lin y Diego, es decir, cuándo han recorrido la misma distancia total, podemos igualar las dos distancias (es decir, las dos expresiones para la distancia) y despejar  $t$ :

$$18t = 12t + 3$$

$$6t = 3$$

$$t = \frac{1}{2}$$

Se encuentran luego de que Diego haya viajado durante media hora y Lin haya viajado durante tres cuartos de hora. La distancia que ambos recorrieron antes de encontrarse es 9 millas, pues  $9 = 18 \cdot \frac{1}{2}$ . Otra forma de encontrar la solución sería graficar  $d = 18t$  y  $d = 12\left(t + \frac{1}{4}\right)$  en el mismo plano de coordenadas, e interpretar el punto en el cual las dos rectas se intersecan.